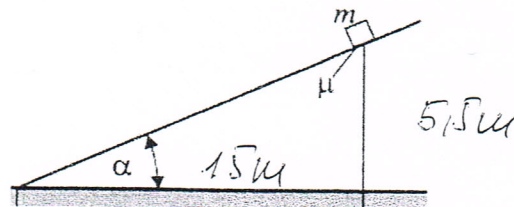


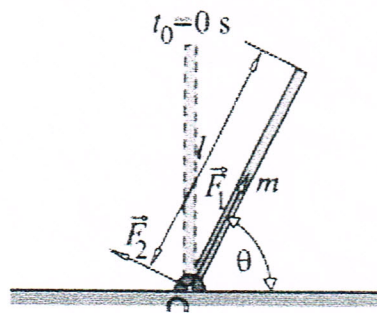
1. Strma ravan visine 5,5 m postavljena je u skladištu dužine 15 m. S vrha strme ravni spušta se paket mase 30 kg bez početne brzine. Kolika je brzina paketa na dnu strme ravni u slučaju: a) kada je trenje zanemareno i b) ako je trenje između paketa i strme ravni 0,2? Izrazite brzinu u km/h.



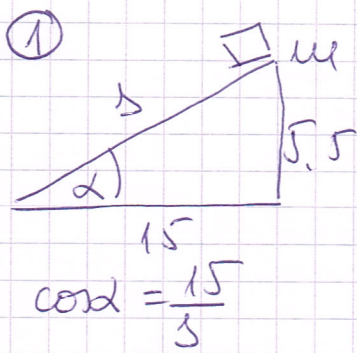
2. Čovjek mase $m=60$ kg nalazi se na ivici horizontalno postavljenog homogenog diska. Poluprečnik i masa diska su $R=30$ m i $M = 1000$ kg, respektivno. Disk se obrće oko vertikalne ose koja prolazi kroz njegov centar ugaonom brzinom $\pi/6$ (s^{-1}). Izračunati promjenu kinetičke energije sistema disk-čovjek kada čovjek pređe sa ivice u centar diska.

3. Tanki homogeni stap mase m i dužine l nalazi se u vertikalnom položaju. Stap može da rotira bez trenja oko tanke osovine koja prolazi kroz jedan kraj stapa (tacka O). Stap se u početnom trenutku izvede iz vertikalnog položaja za jako mali ugao i pusti da pada početnom ugaonom brzinom jednakom nuli. U osovini deluje sila reakcije F_r , čije su komponente F_1 i F_2 i orijentisane duž stapa i normalno na njega, kao što je prikazano na slici. Odrediti:

- (a) ugaonu brzinu stapa u funkciji ugla θ ;
 (b) ugaono ubrzanje stapa u funkciji ugla θ ;
 (c) F_1 u funkciji ugla θ ;
 (d) F_2 u funkciji ugla θ .



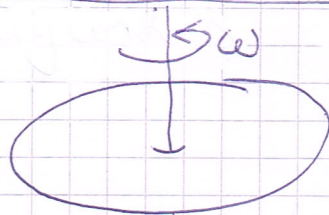
$$t_0 = 0 : \theta_0 = \frac{\pi}{2} \quad \dot{\theta}_0 = 0$$



a) $\frac{mv^2}{2} = \mu mgl$ $U^2 = 2\mu gl$
 $U^2 = 2 \cdot 9,81 \cdot 5,5 = 9,81 \cdot 11 = 108$
 $U = 10,4 \text{ m/s} = 37,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) $\frac{mv^2}{2} = mgl - \mu mgl \cos \alpha$
 $U^2 = 208,1 - 2 \cdot 0,2 \cdot 9,81 \cdot 15$
 $U = 7 \text{ m/s} = 25,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

② $m = 60 \text{ kg}$
 $R = 30 \text{ m}$
 $M = 1000 \text{ kg}$
 $\omega = \frac{\pi}{6} \text{ s}^{-1}$



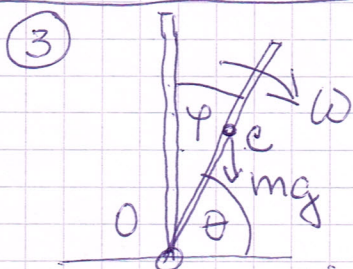
$E_{K_1} = \frac{1}{2} \frac{MR^2}{2} \omega^2 + \frac{1}{2} mR^2 \omega^2$
 $E_{K_2} = \frac{1}{2} \frac{M+m}{2} R^2 \omega^2$

$E_{K_1} = \frac{1}{2} R^2 \omega^2 \left(\frac{M}{2} + m \right) = \frac{1}{2} 900 \cdot \frac{\pi^2}{36} (560)$

$E_{K_2} = \frac{1}{2} R^2 \omega^2 530$

$\Delta E_K = \frac{1}{2} 900 \frac{\pi^2}{36} \cdot 30$

$\Delta E_K = 3600$



$\omega = \dot{\varphi}$, $\epsilon = \dot{\varphi}$

$\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$

$\dot{\varphi} = -\dot{\theta}$

$\epsilon = \dot{\varphi} = -\dot{\theta}$

$E_{K_0} + E_{P_0} = E_K + E_P$

$mgl \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{m l^2}{3} \dot{\theta}^2 + \frac{mgl}{2} \sin \theta$

$g(1 - \sin \theta) = \frac{l \dot{\theta}^2}{3}$

$\dot{\theta}^2 = \frac{3g(1 - \sin \theta)}{l}$

$\omega = \sqrt{\frac{3g(1 - \sin \theta)}{l}}$

$2l\ddot{\theta} = \frac{-3g}{l} \cos \theta \dot{\theta}$

$\ddot{\theta} = -\frac{3g}{2l} \cos \theta$

$\epsilon = \frac{3g}{2l} \cos \theta$

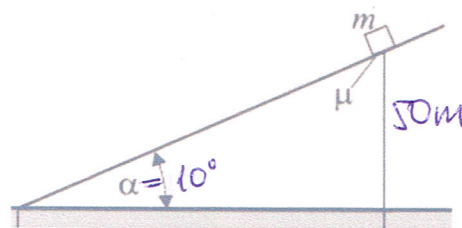
$ma_{cn} = mg \sin \theta - F_1 \rightarrow F_1 = mg \sin \theta - m \frac{l}{2} \omega^2$

$ma_{ct} = mg \cos \theta - F_2 \rightarrow F_2 = mg \cos \theta - m \frac{l}{2} \epsilon$

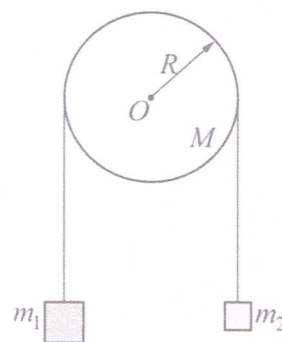
$F_1 = \frac{mg}{2} (5 \sin \theta - 3)$

$F_2 = \frac{mg \cos \theta}{4}$

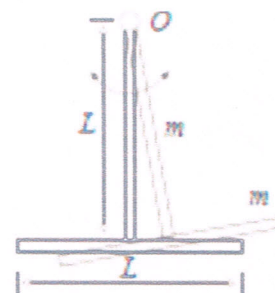
1. Tijelo mase 5 kg počinje da se kreće s vrha strme ravni početnom brzinom 15 m/s. Strma ravan, koeficijenta trenja 0,15, ima visinu 50 m i ugao nagiba 10° . Izračunajte brzinu tijela na dnu strme ravni.



2. Na slici je prikazan sistem koji se sastoji od kotura oblika tankog diska mase M i poluprečnika R i dva teža masa $m_1 = M/2$ i $m_2 = M/4$. Preko kotura je prebačen konac zanemarljivo male mase, neistegljiv i idealno savitljiv, koji ne proklizava po koturu i za čije krajeve su obešeni tegovi. Kotur se obrće oko nepokretne osovine, koja je normalna na disk kroz centar diska O . Ako su otpor vazduha i trenje u osovini zanemarljivo mali i ako sistem miruje u početnom trenutku, za poznato M , R i ubrzanje Zemljine teže g , odrediti: (a) (1) ubrzanje tegova a ; (2) silu zatezanja S u dijelu konca između teža mase m_1 i kotura; (3) silu zatezanja T u dijelu konca između teža mase m_2 i kotura; (b) moment količine kretanja L_0 sistema u odnosu na centar diska O , u trenutku t ; (c) silu reakcije N u osovini.



3. Fizicko klatno je napravljeno od dva tanka homogeno stapa dužine L i mase m tako da formiraju obrnuto slovo "T". Klatno se kreće u vertikalnoj ravni oko tačke vesanja O . a) Odrediti moment inercije klatna oko tačke vesanja O ; b) napisati jednacina kretanja klatna.



① $E_k - E_{k0} = A(mg) + A(F_{fr})$

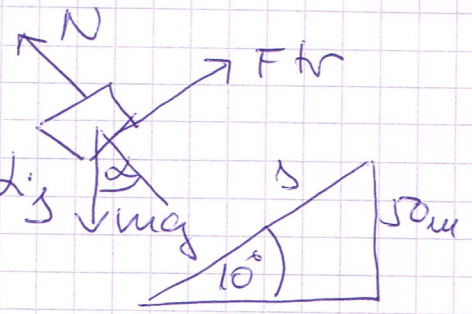
$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg \cdot l - \mu mg \cos \alpha \cdot s$$

$$V^2 = V_0^2 + 2gh - 2\mu g \cdot x$$

$$V^2 = 225 + 2 \cdot 9,81 \cdot 50 - 0,15 \cdot 9,81 \cdot 283,6$$

$$V^2 = 225 + 981 - 834,6 = 372$$

$$V = 19,3 \text{ m/s}$$



$$\cos \alpha = \frac{x}{s}$$

$$\frac{50}{x} = \text{tg } 10^\circ$$

$$x = \frac{50}{\text{tg } 10^\circ} = 283,6$$



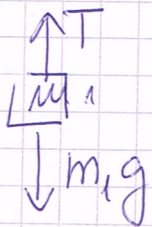
$$J_0 \ddot{\varphi} = m_1 g R - m_2 g R$$

$$J_0 = \frac{MR^2}{2} + \frac{M}{2}R^2 + \frac{M}{4}R^2 = \frac{5MR^2}{4}$$

$$\frac{5MR^2}{4} \ddot{\varphi} = \frac{M}{2}gR - \frac{M}{4}gR = \frac{MgR}{4}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{g}{5R}, \quad \ddot{x} = R\ddot{\varphi} = \frac{g}{5}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{gt}{5R}$$



$$m_1 \ddot{x} = m_1 g - T_1 \rightarrow T_1 = m_1 g - m_1 \ddot{x} = \frac{4M}{5}g - \frac{4M}{5} \cdot \frac{g}{5} = \frac{2Mg}{5}$$

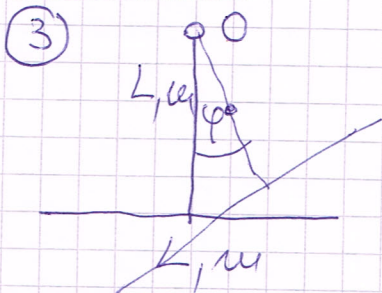
$$T_1 = \frac{2Mg}{5}$$

$$T_2 = \frac{3Mg}{10}$$

$$L_0 = \frac{MR^2}{2} \dot{\varphi} + m_1 R \dot{\varphi} + m_2 R \dot{\varphi} = \frac{5}{4} MR^2 \dot{\varphi} = \frac{5}{4} MR^2 \frac{gt}{5R} = \frac{MRgt}{4}$$

$$L_0 = \frac{MRgt}{4}$$

$$J_0 = \frac{mL^2}{3} + \frac{mL^2}{12} + mL^2 = \frac{17mL^2}{12}$$



$$J_0 \ddot{\varphi} = -mg \frac{L}{2} \sin \varphi - mgh \sin \varphi$$

$$\frac{17mL^2}{12} \ddot{\varphi} = -\frac{3}{2} mgL \sin \varphi$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{18}{17} \frac{g}{L} \sin \varphi$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{18}{17} \frac{g}{L} \sin \varphi = 0$$